

قسمت دوم و پایانی

شناوری، وزن مخصوص و
ترازوی حکمت خازنی

اشاره

غلامحسین رحیمی

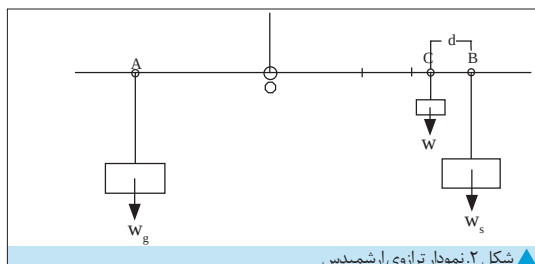
استاد بخش مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس

اکنون مقدار معینی طلای خالص و به همان وزن نقره انتخاب می‌کنیم. زر در کفه زر (کفه زر) که به نیمه غیرمدرج میله آویزان و ثابت است، و نقره در کفه ن قرار می‌گیرد. میله افقی کاملاً موازی زمین است. اکنون، هر کفه را در آب فرومی‌بریم. میله ترازو (کفه زر) به طرف پایین می‌رود. اکنون وزنه متحرک را که به قسمت مدرج میله آویخته شده، چندان روی میله جابه‌جا می‌کنیم تا بار دیگر میله به حالت کاملاً افقی قرار گیرد. بنابراین، فاصله بین وزنه و کفه نقره مشخص می‌شود. اکنون، اگر بخواهیم ترکیب آلیاژی از طلا و نقره را مشخص کنیم، آن آلیاژ را با نقره خالص به صورت برابر وزنی می‌کشیم به گونه‌ای که وزن هر دو در هوا یکسان باشد. نقره خالص را در کفه نقره و آلیاژ را در کفه طلا می‌نهم. سپس، آن‌ها را به شیوه بالا، در میان آب می‌گذاریم و وزن می‌کنیم و میل ترازو را، به کمک جابه‌جایی وزنه، کاملاً افقی می‌کنیم. محل وزنه متحرک معین می‌شود. اگر کمتر از آن بود که قبلاً برای طلا نشانه‌گذاری شده است، بدون شک آلیاژ مخلوطی از زر و نقره، است. مقدار طلا در آلیاژ به نسبت عدد مشخص شده توسط وزنه (فاصله وزنه تا کفه) با آن عددی است که در ابتدا برای طلای خالص نشان شده، است.

تحلیل ترازوی ارشمیدس: شکل ۲ را که طرحی از ترازوی ارشمیدس است در نظر بگیرید. در ابتدا دو قطعه طلا و نقره هم‌وزن انتخاب می‌شود. بنابراین، $W_g = W_s$ در ضمن

$$\begin{aligned} W_s &= \rho_s g V_s = \gamma_s V_s & \text{وزن نقره} \\ W_g &= \rho_g g V_g = \gamma_g V_g & \text{وزن طلا} \end{aligned} \quad (11)$$

چون وزن دو فلز مساوی انتخاب شده است، لذا: $\gamma_g V_g = \gamma_s V_s$ اما $\gamma_g > \gamma_s$ ، در نتیجه $V_s > V_g$ یعنی حجم قطعه نقره بیشتر از حجم طلا است.



شکل ۲. نمودار ترازوی ارشمیدس

در قسمت اول این مقاله با شرح حال خازنی فیزیک‌دان و منجم برجسته اسلامی و شاهکار وی، کتاب میزان الحکمه آشنا شدید. در این بخش ترازوی حکمت خازنی و ویژگی ممتاز آن معرفی می‌شود و یکی از کاربردهای آن مورد تحلیل علمی قرار می‌گیرد.

۴. ترازوهای آبی در آینه میزان الحکمه خازنی

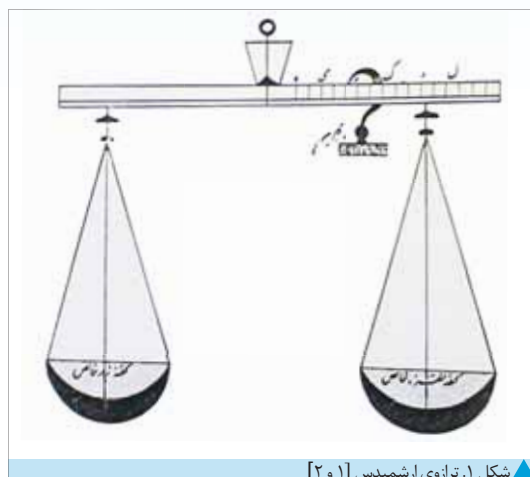
همان گونه که گفته شد یکی از مآخذ مهمی که در زمینه ترازوها و مخترعان آن‌ها وجود دارد، کتاب «میزان الحکمه» تألیف ابوالفتح عبدالرحمن خازنی است. وی در این کتاب به شرح آثار دانشمندانی که در این زمینه کار کرده‌اند پرداخته، و به سبک خود، آن‌ها را توصیف کرده است. دانشمندانی که خازنی نامشان را در کتاب خود آورده عبارت‌اند از: ارشمیدس یونانی، ثابت بن قره، ابوریحان بیرونی، محمدزکریای رازی، عمر خیام (خیامی) و ابوحاتم اسفزاری.

آنچه در ادامه می‌آید نخست توصیف هر ترازو مطابق با متن کتاب و سپس تحلیل علمی ترازوست.

۴-۱. ترازوی ارشمیدس

اولین ترازویی که خازنی معرفی می‌کند، ترازوی منسوب به ارشمیدس است که فقط در میزان الحکمه توصیف شده است و رساله مستقلاً از آن در دسترس نیست.

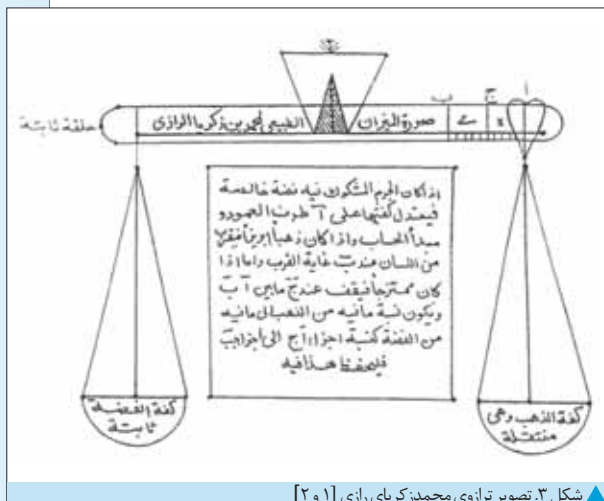
توصیف ترازو: ترازوی ارشمیدس مطابق با نقل خازنی متشکل از یک میله تیرمانند افقی است که نیمی از آن به سی بخش تقسیم شده است (شکل ۱ را ببینید). یک حلقه کشویی (منقله) که از آن وزنه (ناره) آویخته می‌شود، نیز ساخته شده و در طرف مدرج نصب می‌گردد.



شکل ۱. ترازوی ارشمیدس [۱ و ۲]



توصیف ترازو: خازنی به نقل از رازی می گوید که در ساختن این ترازو باید نهایت دقت بشود. نخست دو کفه از یک جنس و طوری ساخته می شود که گنجایش آب هر دو کفه دقیقاً یکسان باشد. هر دو کفه باید به گونه ای با سوهان ساییده شوند تا وزن هر دو یکسان گردد. اکنون میله افقی (عمود)، میل ترازو، به شکل عمود قیاب، در نهایت راستی و همواری ساخته می شود. کفه اول در یک طرف میل ترازو آویخته و محکم می شود. در انتهای کفه دیگر حلقه ای قرار دارد که به روی نیمه دیگر میل ترازو می لغزد (شکل ۳ را ببینید). کفه مذکور از این حلقه آویخته می شود. میل ترازو کفه متغیر چندان جابه جا می شود تا در حالت افقی و ترازو کاملاً در تعادل و موازنه قرار گیرد. آن محل موضع اولیه و اصلی حلقه خواهد بود.



شکل ۳. تصویر ترازوی محمدزکریای رازی [۱ و ۲]

اکنون یک مثقال زر در کفه متحرک قرار می دهیم و مثقالی نقره در کفه ثابت. واضح است که تعادل استاتیکی ترازو به هم نمی خورد. سپس، هر دو کفه را، با طلا و نقره، در میان آب فرو می بریم تا پر از آب شوند. آن ها را از آب بیرون بکشیم. میل ترازو به سمت کفه طلا متمایل می شود چرا که جرم زر از نظر حجم کمتر از جرم نقره است و آب در آن کفه که طلا است بیشتر از کفه دیگر است. پس حلقه را جابه جا می کنیم و به زبانه (علاقه) نزدیک تر می کنیم تا میل ترازو کاملاً افقی گردد. در محل استقرار حلقه نشان ب می نویسیم و ا را در محل اولیه حلقه نوشته و حرف ج را میانه ا و ب درج می کنیم (شکل ۳). اکنون، اگر در تشخیص ماده ای، بین طلا و نقره خالص، شبهه ای پدید آید، نقره خالص به وزن جرم مورد نظر را در کفه ثابت می گذاریم و فلز همبسته مورد نظر را در کفه لغزنده می نهیم و حلقه را در نقطه ا قرار می دهیم. اگر میل ترازو راست و افقی ماند، آلیاژ نقره خالص است و اگر بر نقطه ب ماند طلای خالص است و اگر بر نقطه ای مانند ج منطبق شد نیمی طلا و نیمی نقره است، و اگر موضعی که حلقه قرار می گیرد بین ا و ج بود نقره بیشتر است، و اگر موضع مذکور میان ج و ب باشد طلا بیشتر است.

علاوه بر این، در ابتدا که وزنه کشویی به میل ترازو آویخته نیست، ترازو در تعادل است. با توجه به اینکه گشتاور حوله نقطه 0 باید صفر باشد، داریم:

$$W_g \cdot AO = W_s \cdot OB \Rightarrow AO = OB = l$$

یعنی دو پله به فاصله مساوی از محل تکیه گاه میل ترازو قرار گرفته اند. البته، مشروط بر آنکه وزن دو کفه نیز با هم برابر باشد.

اکنون، هر دو کفه در آب قرار می گیرند. اگر حجم هر کفه V_c باشد، وزن هر کفه عبارت است از:

$$(12) \text{ وزن کفه نقره } = W_s + \gamma_w(V_c - V_s) = W_s + \gamma_w V_c - \gamma_w V_s$$

$$(13) \text{ وزن کفه طلا } = W_g + \gamma_w(V_c - V_g) = W_g + \gamma_w V_c - \gamma_w V_g$$

در دو عبارت فوق دو مقدار $\gamma_w V_s$ ، یعنی وزن آب هم حجم نقره، و $\gamma_w V_g$ ، یعنی وزن آب هم حجم طلا، نابرابرند و داریم:

$$(14) \quad \gamma_w V_s > \gamma_w V_g$$

بنابراین، وزن کفه طلا بیشتر بوده و میل ترازو به سمت آن متمایل می شود. برای برقراری تعادل افقی ترازو، وزنه W روی میله طرف کفه نقره قرار می گیرد و آن قدر جابه جا می شود تا در نقطه C تعادل برقرار شود. تعادل گشتاورها می دهد:

$$(15) \quad W'_g \cdot l = W'_s \cdot l + W(l-d) \Rightarrow Wd = (\gamma_w V_g - \gamma_w V_s + w)l$$

با توجه به معلوم بودن تمام کمیت ها فاصله d به راحتی به دست می آید و اینکه این فاصله حاوی چند درجه است مشخص می گردد. در روابط بالا فرض شد که دو کفه از یک جنس و از هر نظر مشابه اند.

اکنون ماده مرکب A را با وزن W_a ، که برابر با وزن نقره خالص است، انتخاب می کنیم. نقره را در کفه نقره و ماده مرکب را در کفه طلا می گذاریم و کفه ها را پر از آب می کنیم. اگر برای تعادل، وزنه در همان فاصله d باید قرار می گرفت، ماده قطعاً طلا است. اگر در فاصله بین B و C قرار گیرد، ترکیبی از طلا و نقره است. نسبت این دو فلز به نسبت درجات میان B و C در دو حالت است.

۴-۲. ترازوی محمدزکریای رازی یا ترازوی طبیعی

روش زکریای رازی در ترازوی خود، برخلاف روش ارشمیدس است. چرا که رازی هر دو پله ترازو را با جرمی پر از آب که در آن است، در هوا وزن می کند. در این وضعیت آب موجود در کفه به اندازه حجم جرم واقع در کفه کمتر است.

$$W_{ps} \cdot l = W_{px} \cdot l_x \Rightarrow W_{ps} = W_{px} \cdot \frac{l_x}{l} \quad (18)$$

نسبت l/l_x را می‌توان برای تعیین نسبت طلا و نقره در ماده مرکب به کار گرفت. فاصله بین A و B به دقت مدرج شده است.

به روابط زیر توجه شود:

$$(19) \text{ وزن کفه نقره } W_{ps} = W_{ws} + W'_s = \gamma_w V_{ws} + (\gamma_s V_s - \gamma_w V_s)$$

(20) وزن کفه حاوی جرم x

$$W_{px} = W_{wx} + W'_x = \gamma_w V_{wx} + (\gamma_x V_x - \gamma_w V_x)$$

که $V_{ws} + V_s = V_{wx} + V_x = V$ حجم هر کفه است. از ترکیبات معادلات (17) و (18) داریم:

$$W_{px} \frac{l_x}{l} = W_{pg} (1 - \frac{d}{l}) \Rightarrow W_{px} = W_{pg} \frac{l-d}{l_x} \quad (21)$$

اکنون اگر

$$l_x = l \Rightarrow W_{px} = W_{pg} (1 - \frac{d}{l}) \Rightarrow W_x = W_s$$

جسم نقره خالص است؛

$$l_x = l - d \Rightarrow W_{px} = W_{pg} \Rightarrow W_x = W_g$$

و اگر

جسم طلای خالص است؛

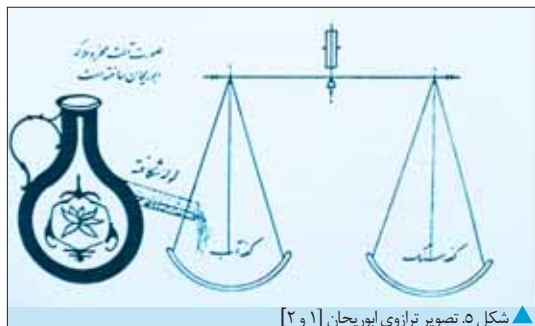
$$l = l' (l-d < l' < l)$$

و اگر

جسم مرکب از طلا و نقره است.

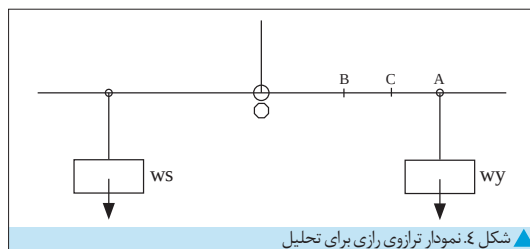
۳-۴. ترازوی ابوریحان

خازنی به نقل از ابوریحان می‌گوید: دستگاهی ساخته‌ام مخروطی‌شکل که بخش پایینی آن پهن و سر آن تنگ با گردنی کشیده است. این وسیله که به شکل تنگ است کاملاً صاف و هموار است و آلت مخروطی (تنگ مخروطی) نام دارد. در بخش بالای تنگ سوراخی تعبیه شده که به آن لوله‌ای خمیده متصل شده است به گونه‌ای که شکل ناودان به خود گرفته است. (شکل ۵)



شکل ۵. تصویر ترازوی ابوریحان [۱ و ۲]

تحلیل ترازوی زکریای رازی: در ترازوی زکریای رازی، حجم، جنس و وزن هر دو کفه دقیقاً یکی است. کفه نقره به میل افقی ترازو ثابت می‌شود (به فاصله $DO = l$) اما کفه طلا روی بازوی سمت راست می‌تواند بلغزد. بنابراین، ترازو در حالت اولیه، که کفه‌ها به آن نصب شده و $OD = OA$ ، در حالت تعادل استاتیکی قرار دارد. اگر دو قطعه طلا و نقره هم‌وزن (هر کدام مثلاً یک مثقال) در دو کفه قرار گیرند در این حالت نیز تعادل استاتیکی کماکان برقرار است. شکل ۴ نمودار ترسیم شده ترازو را برای تحلیل نشان می‌دهد.



اکنون هر دو کفه را پر از آب می‌کنیم. ترازو به سمت کفه طلا مایل می‌شود. تحلیل موضوع در ترازوی ارشمیدس صورت گرفت. اکنون حلقه متصل به کفه طلا را جابه‌جا می‌کنیم تا میل ترازو کاملاً افقی و مجدداً تعادل استاتیکی برقرار است. محل جدید حلقه را با علامت B مشخص می‌کنیم. علامت C را در وسط A و B می‌گذاریم. فرض شود: $AB = d$. همان گونه که گفته شد یکی از تفاوت‌های ترازوی رازی با ارشمیدس آن است که در ترازوهای رازی کفه‌های آبی در خلال وزن کردن از آب بیرون کشیده می‌شود. یعنی کفه‌های پر آب و حاوی فلزات در هوا وزن می‌شوند. در وضعیت اولیه، گشتاور حول نقطه O به تعادل می‌رسد:

$$W_{cg} \cdot l = W_{cs} \cdot l \quad (16)$$

زمانی که طلا و نقره هم‌وزن را روی دو کفه می‌گذاریم و هر دو کفه را نیز پر از آب می‌کنیم، تعادل استاتیکی نیازمند آن است که:

$$W_{ps} \cdot l = W_{pg} (l - d) \quad (17)$$

$$W_{ps} = W_{pg} (1 - \frac{d}{l})$$

که $OB = l - d$ فاصله کفه طلا از نقطه O است و W_{ps} وزن کفه نقره پر شده از آب است.

اکنون آلیاژی از طلا و نقره را در نظر بگیرید که نسبت ترکیب آن مشخص نیست. در کفه نقره، تکه‌ای نقره با وزن برابر ماده مورد نظر گذاشته می‌شود و ماده x در کفه طلا قرار می‌گیرد. مجدداً کفه‌های حاوی اجرام پر از آب می‌شوند. فرض کنید که تعادل ترازو در فاصله l_x از نقطه O برقرار می‌شود. بنابراین، داریم:

در ترازوی زکریای رازی، حجم، جنس و وزن هر دو کفه دقیقاً یکی است. کفه نقره به میل افقی ترازو ثابت می‌شود اما کفه طلا روی بازوی سمت راست می‌تواند بلغزد

این ترازو که بر پایه اصل شیناوری کار می کند، در رساله های از ابوریحان به نام «مقاله فی النسب التي بین الفلزات و الجواهر فی الحجم» توضیح داده شده است.^{۴۲}

در خصوص نحوه اندازه گیری وزن مخصوص توسط ابوریحان بیرونی و عبدالرحمن خازنی و جداول استخراج شده و مقایسه آن با مقادیر معادل امروزی آن، در مقاله دیگری بحث شده است.

در هر حال، برای تکمیل بحث و استفاده خوانندگان، یکی از جداول مرتبط با موضوع این مقاله مورد بررسی و محاسبه قرار می گیرد. جدول ۲ یکی از جداول مقادیر اندازه گیری شده بیرونی است که در کتاب خازنی آمده است.^{۴۳} نیمی از جدول ۲، عیناً از کتاب خازنی برداشته شده و نیم دیگر محاسبات و معادل های امروزی آن است که به آن افزوده شده است. بیرونی از فلز انتخابی خود، هر یک قطعه ای به وزن صد مثقال انتخاب کرده است و با استفاده از وسیله مخروطی اختراعی خود، وزن آب جابه جا شده ناشی از قرار گرفتن قطعه فلزی در آب را به دقت اندازه گیری کرده که در جدول آمده است. برای محاسبه وزن مخصوص، نیازی به تبدیل یکاهای وزن قدیم به جدید نیست. چرا که وزن مخصوص از نسبت دو کمیت هم بعد حاصل می شود و لذا خود بدون بعد است. وزن آب هم حجم قطعه فلزی صد مثقالی که توسط بیرونی اندازه گیری شده است، از رابطه جبری زیر به دست می آید:

(۲۴) بر حسب جو

$$W_w = 68/57 \times \text{مثقال} + 8 \times \text{دانگ} + 4 \times \text{تسو}$$

لذا، وزن مخصوص هر فلز را به سادگی از رابطه زیر محاسبه می کنیم:

$$\gamma = \frac{100 \times 68/57}{W_w} \quad (25)$$

مقدار W_w و γ مندرج در جدول ۲ از دو رابطه بالا به دست آمده است.

در خصوص جدول (۲) در ارتباط با خطاسنجی و یا افزایش دقت، توضیح باید داد که برنج آلیاژی است از مس و روی به رنگ زرد که حدود ۶۰ درصد آن مس است. علاوه بر این، خازنی به نقل از بیرونی می گوید که سپیدرو، یک آلیاژ فلزی، متشکل از مس و رصاص، است و رنگ آن، برخلاف روی، سرخ است.

همان گونه که در جدول ۲ مشاهده می شود تفاوت اعداد بیرونی (خازنی) با مقادیر امروز بسیار اندک و تماماً محدود به دهم و صدم اعشار می شود که این هم فقط ناشی از دقت دستگاه ها و دقت آزمایش کنندگان امروزی است. از همین جا می توان به میزان دقت، صحت عمل و روش علمی ابوریحان پی برد.

ابوریحان علاوه بر تکرار آزمایش، از روش معکوس نیز برای سنجش دقت روش خود و مقادیر به دست آمده استفاده

اکنون چون تنگ را تا لبه سوراخ پر از آب کنند و مقدار معلومی از فلز یا جواهر به میان آب انداخته شود، به اندازه حجم جسم آب بالا می آید و از لوله نودانی شکل خارج می گردد. سر لوله روی کفه آب ترازوی دوپله ای قرار دارد. لذا، مقدار آب مذکور به کفه ریخته و با ترازو و وزنه های معین، وزن آب مشخص می شود.

چون وزن آب هم حجم فلز معین شد، مقدار حجم آن ها نیز مشخص می شود. بنابراین، با تنظیم جداولی می توان وزن فلزات را، در ترکیب فلزات مرکب و نظایر آن، یافت.

تحلیل ترازوی ابوریحان: فلزی را در نظر می گیریم که حجم آن V باشد. چنانچه وزن آن در هوا به W باشد وزن مخصوص آن برابر است با:

$$\gamma = \frac{W}{V} \quad (22)$$

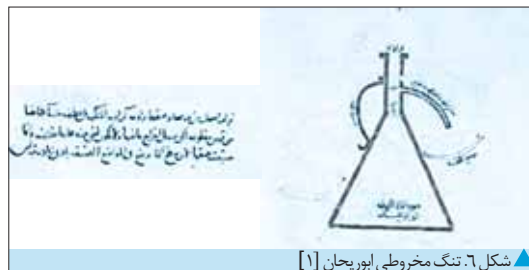
توجه شود که در رابطه بالا حجم جسم معلوم نیست. البته، می توان وزن جسم را با ترازوی مذکور اندازه گیری کرد. وزن آب هم حجم (W_w) آن را نیز به شیوه فوق می توان اندازه گرفت. بنابراین، وزن مخصوص جسم از رابطه زیر به دست می آید:

$$\gamma = \frac{W}{W - W'} \quad (23)$$

W وزن جسم در آب (وزن ظاهری) می باشد که برابر است با:

$$W' = W - W_w \quad (24)$$

که W_w وزن آب هم حجم جسم است، که با ترازو اندازه گیری شده است. توجه شود که با داشتن وزن و وزن مخصوص جسم، از رابطه (۲۲)، می توان حجم آن را محاسبه کرد. شکل ۶ تنگ مخروطی ابوریحان را از نسخه اصلی نشان می دهد.



بنابراین، با ترازوی ابوریحان می توان وزن مخصوص اجسام مختلف را اندازه گرفت. احتمالاً تنگ مخروطی ابوریحان را باید یکی از قدیمی ترین چکالی سنج های جهان دانست.^{۴۴} لازم به ذکر است که بنوموسی نیز در کتاب «الحیل» دستگاهی دارد که می تواند به نوعی چکالی سنج تلقی گردد. ترازوی ابوریحان به رغم سادگی آن، به دلیل دقت اجزا و دستگاه و نیز دقت اندازه گیری ها، دقیق ترین وزن مخصوص ها را به دست می دهد.

جدول ۲. مقایسه وزن‌های مخصوص بیرونی و امروزی

نام فلز (امروزی)	نام فلز (کتاب)	وزن آب اندازه‌گیری شده			وزن آب برحسب جو W_w	وزن مخصوص (بیرونی) γ	وزن مخصوص (امروزی)
		مثقال	دانگ	تسو			
طلا	زر	۵	۱	۲	۳۵۸/۸۵	۱۹/۱۰۸	۱۹/۲۶
جیوه	زیبق	۷	۲	۱	۵۰۰	۱۳/۷۱۴	۱۳/۵۹
سرب	سرب	۸	۵	۰	۵۸۸/۵۶	۱۱/۶۵	۱۱/۳۴۴
نقره	نقره	۹	۴	۱	۶۵۳/۱۳	۱۰/۴۹۸	۱۰/۵۰
	سپیدرو	۱۱	۲	۰	۷۷۰/۲۷	۸/۹۰۲	
مس	مس	۱۱	۳	۰	۷۷۸/۲۷	۸/۸۱	۸/۹۲
برنج	برنج*	۱۱	۴	۰	۷۸۶/۲۷	۸/۷۲۰۹	۸/۴
آهن	آهن	۱۲	۵	۲	۸۷۰/۸۴	۷/۸۷۴	۷/۸
قلع	رصاص	۱۳	۴	۰	۹۲۳/۴۱	۷/۴۲۵	

(۲۷)

$$W_s = 100 \times 68/57 \times \frac{358/85}{653/13} = 3767/64 = 54/84 \text{ حبه}$$

۵. ترازوی حکمت خازنی

همان‌گونه که گفته شد کتاب میزان الحکمه مشتمل بر هشت مقاله است که این مقالات به پنجاه باب تفکیک و هر باب به چند فصل تقسیم شده است. سه مقاله آخر کتاب به طراحی، ساخت و به‌کارگیری ترازوی حکمت اختصاص یافته است. عبدالرحمن خازنی در انتهای کتاب میزان الحکمه جزئیات «ترازوی حکمت» خود را تشریح می‌کند. «ترازوی حکمت» خازنی همانند دیگر ترازوها دارای یک شاخص و یک میله افقی بوده ولی به‌جای یک یا دو کفه، چندین کفه داشته است.

۵-۱. شرح ترازو

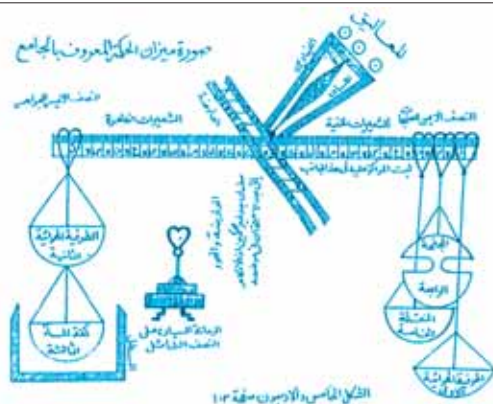
ترازوی حکمت عملاً یک ترازوی آبی با پنج کفه یا پله است که به نحو هوشمندانه‌ای آویخته شده و دارای زبانه‌ای بسیار حساس است. طول کلی بازوی ترازو ۴ ذراع (حدود ۲ متر) و طول زبانه یک ذراع (نیم متر) است.^{۴۵} ضخامت بازوی A شش سانتی‌متر است که در وسط ضخیم‌تر طراحی شده تا مقاومت بیشتری داشته باشد (در نقطه C). تیر عرضی B از C می‌گذرد، متناظر آن دو قطعه عرضی F از چنگال هستند. شکل ۸ ترازوی حکمت خازنی را از متن عربی کتاب نشان می‌دهد.

می‌کند. بدین ترتیب که مثلاً قطعات طلای وزن نشده را به‌تدریج در آب انداخته و آب خارج شده را وزن می‌کند تا «وزن این آب، برابر وزن آن آب شد که به صد مثقال زر برون آمده بود».^{۴۶} در این مرحله طلا از آب بیرون کشیده شده و خشک می‌شود و توزین می‌گردد. همین عمل برای نقره و فلزات دیگر انجام می‌شود تا «صحت جمله اعمال معلوم گشت». همان‌گونه که مشاهده می‌شود، روش بیرونی کاملاً بر شیوه تجربی و عالمانه امروز مبتنی است. علاوه بر این، بیرونی در آزمایش‌های خود طلا را به‌عنوان مرجع فرض کرده و وزن سایر فلزات را نسبت به آن (به مأخذ ۱۰۰) می‌سنجد.

خازنی به نقل از بیرونی می‌گوید که اگر بخواهیم وزن فلزی را که از نظر حجمی برابر صد مثقال طلا است بدانیم از نسبت متکافی استفاده می‌کنیم. به عبارت دیگر، وزن طلا در وزن آب هم حجم آن ضرب شده و تقسیم بر وزن آب هم حجم فلز مورد نظر می‌شود، حاصل وزن فلز هم حجم طلا است. رابطه بیرونی (خازنی) را به زبان علمی امروز می‌توان چنین نوشت:

$$\frac{W_s}{W_g} = \frac{W_{wg}}{W_{ws}} \Rightarrow W_s = W_g \cdot \frac{W_{wg}}{W_{ws}} = W_g \cdot \frac{V_g}{V_s} \quad (26)$$

به‌عنوان مثال، وزن نقره هم حجم ۱۰۰ مثقال طلا به‌صورت زیر محاسبه می‌شود.



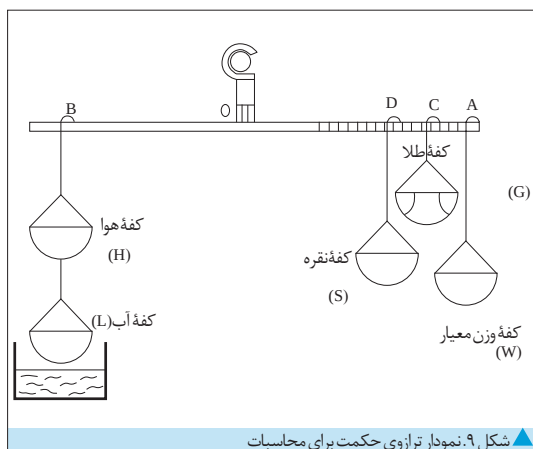
شکل ۸. ترازوی حکمت خازنی (میزان الحکمه)

ترازوی حکمت از دقت فوق العاده‌ای برخوردار است. مهم‌ترین عواملی که این دقت و حساسیت را پدید آورده‌اند: بازوی طولانی؛ تعلیق تقریباً بدون اصطکاک ترازو؛ انطباق مرکز ثقل بازو و قاب زبانه؛ نزدیکی مرکز ثقل و بازوی نوسان‌کننده و تعلیق دوگانه است.

میلادی، در اروپا وزن مخصوص را اندازه می‌گرفتند [۴]. در اینجا یکی از روش‌های خازنی تحلیل علمی می‌شود.

۵-۲. روش تشخیص یک همبسته دوفلزی با استفاده از ترازوی حکمت خازنی

در اینجا یکی از روش‌های اندازه‌گیری خازنی که در ترجمه میزان الحکمه توضیح داده شده است را شرح می‌دهیم. نخست ترازوی پنج کفه در موقعیتی قرار می‌گیرد که تعادل برقرار و بازوی AB در وضعیت کاملاً افقی باشد. فرض می‌شود که تعادل ترازو با فرض پر بودن کفه آبی L برقرار باشد. (شکل ۹ را ببینید)



شکل ۹. نمودار ترازوی حکمت برای محاسبات

۱. ده دینار طلای خالص در کفه هوایی H می‌گذاریم و در کفه W نیز وزنه مناسب را برای برقراری تعادل قرار می‌دهیم. وزن طلا را W_g می‌گیریم. بنابراین،

$$W_g = \gamma_g V_g \quad (28)$$

دو کفه هوایی H و معیار W در دو انتهای بازو هستند. با توجه به پر بودن کفه آب برای برقراری توازن، وزن وزنه معیار برابر است با:

$$W_1 = W_g + W_w \quad (29)$$

۲. قطعه طلا را از کفه هوایی H برداشته و در کفه آبی L قرار می‌دهیم. در این کفه، به اندازه حجم قطعه طلا آب خارج می‌شود. لذا ترازو به سمت کفه W به زیر می‌گراید. در این حالت داریم:

$$W'_1 = W_g + W_w - \gamma_w V_g \quad (30)$$

که $\gamma_w V_g$ وزن آب هم‌حجم قطعه طلا است. برای حفظ تعادل می‌توان به زیر کفه آب L وزنه‌ای معیار به وزن $W_{wg} = \gamma_w V_g$ آویخت و بدین ترتیب وزن آب هم‌حجم طلا را معین کرد. با معلوم شدن آن، وزن مخصوص طلا محاسبه

خازنی می‌گوید هرچه طول تیر بیشتر باشد، ترازو دقیق‌تر است. زبانه مذکور به اندک وزنی، حرکت می‌کند. در یک ظرف ترازو کفه‌ای مانند کفه ترازوهای معمولی آویخته می‌شود و در زیر آن کفه دومی آویخته می‌گردد. این کفه دوم به گونه‌ای ساخته می‌شود که همواره در آب باشد.

در انتهای طرف دیگر بازو کفه‌ای آویخته شده که به آن «کفه معیار» گفته می‌شود. دو کفه دیگر یکی برای طلا و دیگری برای نقره ساخته می‌شود و هر سه کفه مذکور در طرف کفه معیار آویخته می‌شوند.

هر دو طرف تیر افقی به دقت در جهندی می‌شود و علامت‌ها طوری حک می‌شود که نخ یا حلقه کفه‌ها در آن قرار گیرد. وزن هر پنج کفه برابر است و کفه‌ها به گونه‌ای تنظیم شده‌اند که هم بتوان وزن مخصوص را اندازه‌گیری کرد و هم همبسته‌های دوفلزی را تحلیل و یا کشف نمود. کفه‌ای که می‌تواند در آب فرو رود، کفه مخروطی‌شکل یا کفه حکمت خوانده می‌شود؛ چرا که جسم مورد شبهه از آن آویخته می‌شود. کفه چهارم، کفه المّجنّحه^{۴۶} خوانده می‌شود و در دو طرف دارای حفره‌ای است به طوری که می‌تواند به کفه‌های دیگر نزدیک شود (شکل ۸). وزنه متحرک (رمانه سیّاره) برای تنظیم بازو در هنگام ضرورت استفاده می‌شود. در حالات مختلف اندازه‌گیری، بعد از تعادل و توازن ترازو، مقادیر مورد نظر می‌تواند مستقیماً از درجات روی بازو خوانده شود. خازنی نحوه تعلیق ترازو را با جزئیات شرح می‌دهد؛ جدول وی حالات پایدار و ناپایدار دستگاه را برای موقعیت‌های مختلف نشان می‌دهد.

مهم‌ترین مزیت ترازوی حکمت، برای محاسبه همبسته‌های دو یا چند فلزی یا آزمایش خلوص فلزات گران‌قیمت، اندازه‌گیری مستقیم آن است.

دقت ترازوی حکمت: ترازوی حکمت از دقت فوق‌العاده‌ای برخوردار است. مهم‌ترین عواملی که این دقت و حساسیت را پدید آورده‌اند، عبارت‌اند از:

- الف. بازوی طولانی (حداقل ۲ متر)
- ب. تعلیق تقریباً بدون اصطکاک ترازو
- پ. انطباق مرکز ثقل بازو و قاب زبانه
- ت. نزدیکی مرکز ثقل و بازوی نوسان‌کننده
- ث. تعلیق دوگانه که منجر به پایداری بیشتر دستگاه می‌شود. نیز به حرکت زبانه (D) فزونی می‌دهد (که به معنای حساسیت بالاتر است)

ج. دقت فراوان در ساخت و ترکیب اجزای ترازو. خازنی مدعی است که «اگر وزن بارهای این ترازو به جملگی هزار مثقال باشد، تفاوت یک حبه نماید، چون صانع چابک‌دست و لطیف‌صنعت باشد و آن را از سر علوم و معرفت ساخته باشد»^{۴۷}

به عبارت دیگر خطای ترازو کمتر از ۱ در ۶۰۰۰۰ (یا حتی ۱ در ۱۰۰/۰۰۰ وابسته به مقدار حبه) خواهد بود اگر آن را با دقت ساخته باشند.

لذا، با این ترازو وزن مخصوص را با دقتی می‌توان اندازه‌گیری کرد که، حداقل هفت قرن بعد، در قرون هجده و نوزدهم

پی‌نوشت‌ها

۴۰. «یورحان می‌گوید: الٹی ساختم مخروط، یعنی زیر فراخ و پهن، سرتنگ... و آن جانب که بر بالا بود از او لوله شکافته بود، شکافی باریک با شکل ناودانی، تا چون آلت را پر از آب بکنند و مقدار معلوم فلزی یا جوهری به میان آب فرو گذارند، آن قدر که جای آب بگیرد آب به بالا برآید و از ناودان بیرون آید و در پله ترازو رود. و آن آب را برکشند، و مناسبت میان آب‌ها را و هر فلزی و جوهری بدانند. و چون وزن آب‌ها معلوم گردد، مقدار مساحت حجم هر یکی معلو شود...» (ترجمه میزان‌الحکمه، ص ۴۸ و ۴۹)

41. Abattouy, pp. 220- 221

۴۲. زندگی‌نامه علمی دانشمندان اسلامی، بخش اول، ص، ۳۱۵.

۴۳. ترجمه میزان‌الحکمه، ص ۵۳.

۴۴. ترجمه میزان‌الحکمه، ص ۵۲.

۴۵. خازنی در توصیف ترازوی خویش می‌گوید: «عمودی راست ام‌لس متساوی‌الاجزاء، ماهی پشت چون عمود قبان، و هرچه درازتر بود بهتر باشد، و معلوم است که زر گرانبه‌تر است سوی زیر از سیم، پس بر میان آن عمود زبانه‌ای سازیم چون زبانه ترازو، چنان که با اندک مایه تفاوت بگردد. (ترجمه میزان‌الحکمه، ص ۱۲۲ تا ۱۲۴)

46. Winged

۴۷. ترجمه میزان‌الحکمه، ص ۱۲.

۴۸. آلدومیلی، شکل ۲ جدول ۱؛ و نیز، سیدحسین نصر، علم و تمدن در اسلام، ترجمه احمد آرام، ص ۱۲۸ و ۱۲۹ و ۱۳۳؛ همچنین، مقدمه ترجمه میزان‌الحکمه، ص ۴.

۴۹. این نمونه در سازمان پژوهش‌های علمی و صنعتی ایران زیر نظر نگارنده ساخته شده است، که هم‌اکنون در نمایشگاه دائمی که در کتابخانه ملی برگزار شده است، وجود دارد.

می‌شود:

$$\gamma_g = \frac{W_g}{W_{wg}} \quad (31)$$

اما، برای حفظ تعادل از تغییر محل کفه طلا نیز می‌توان استفاده کرد.

وزن معیار را به کفه G (کفه طلا) می‌گذاریم و آن را آن قدر روی بازوی AO می‌لغزانیم تا تعادل برقرار شود. در این حالت، داریم:

$$W_{\gamma} \cdot CO = W'_{\gamma} \cdot OB \quad (32)$$

پله طلا را در موقعیت تعادل تثبیت می‌کنیم و روی بازو علامت می‌گذاریم.

۳. اکنون ده دینار نقره خالص را در کفه هوایی می‌گذاریم به وزن $(W_s = \gamma_s V_s)$ و در کفه وزنه W وزن W_{γ} را برای تعادل می‌گذاریم. داریم:

$$W_{\gamma} = W_s + W_w \quad (33)$$

توجه شود که اگر $W_g = W_s$ ، با توجه به $\gamma_g > \gamma_s$ داریم: $W_{\gamma} = W_{gs} > \gamma_g$ ، در ضمن، اگر $W_g = W_s$ ، آن گاه، $W_{\gamma} = W_{\gamma}$.

۴. در این مرحله، قطعه نقره را در کفه آب قرار می‌دهیم. به اندازه حجم قطعه نقره V_s آب از کفه L خارج می‌شود و بازو به سمت A متمایل می‌شود. اکنون، وزن W_{γ} را در کفه نقره S قرار داده و کفه را آن قدر روی بازوی AO جابه‌جا می‌کنیم تا تعادل برقرار شود. در این حالت

$$W' = W_s + W_w - \gamma_w V_s$$

تعادل لنگرها می‌دهد:

$$W_{\gamma} \cdot DO = W'_{\gamma} \cdot OB \quad (34)$$

محل کفه نقره در این وضعیت تعادل روی بازوی AO علامت‌گذاری می‌شود.

با توجه به اینکه $\gamma_w V_s > \gamma_s V_s$ ، لذا، $W'_{\gamma} < W_{\gamma}$. در ضمن $W_{\gamma} = W_{\gamma}$ ، لذا از ترکیب دو رابطه (۳۲) و (۳۴) خواهیم داشت:

$$\frac{W'_{\gamma}}{W'_{\gamma}} = \frac{OD}{OC} \quad (35)$$

با توجه به اینکه $W'_{\gamma} < W_{\gamma}$ ، لذا $OD < OC$ همان گونه که انتظار می‌رود.

لازم به ذکر است اگر وزنه W_{γ} را در کفه طلای G قرار می‌دادیم باز هم به سمت پایین می‌گرایید.

اکنون موقعیت‌های طلا و نقره روی بازو مشخص می‌شود. عمل فوق بارها انجام می‌شود تا دقت مورد نظر حاصل شود.

تذکر: با توجه به اینکه وزن‌های ظاهری طلا

می‌شود: $W'_g = W_g - W_{wg}$ و نقره $W'_s = W_s - W_{ws}$ ، با عنایت به این موضوع که وزن ثابت آب کفه آبی W_w را می‌توان با تنظیم مناسب ترازو، از روابط حذف کرد رابطه (۳۵) را به شکل زیر نیز می‌توان نوشت:

$$\frac{W'_s}{W'_g} = \frac{OD}{OC} \quad (36)$$

۵. اکنون قطعه‌ای از همبسته دو فلزی متشکل از طلا و نقره را در نظر بگیرید با وزن W_a . لذا

$$W_a = W_g + W_s = \gamma_g V_g + \gamma_s V_s \quad (37)$$

که $V_a = V_g + V_s$. قطعه را در کفه هوایی می‌گذاریم و آن را وزن می‌کنیم. یعنی

$$W_{\gamma} = W_a + W_w \quad (38)$$

سپس W_a را در کفه آب می‌گذاریم. به اندازه حجم V_a آب از کفه L خارج می‌شود. بنابراین، کفه وزنه W به سمت پایین خم می‌شود. بنابراین،

$$W'_{\gamma} = W_a + W_w - \gamma_w V_a \quad (39)$$

$$W'_a = W_a - \gamma_w V_a \quad (40)$$

وزن ظاهری قطعه

۶. همان طور که قطعه W_a در کفه آبی L است. وزنه W_{γ} را در کفه طلا می‌گذاریم اگر تعادل برقرار شد، قطعه طلا خالص است؛ در غیر این صورت وزنه را در کفه نقره قرار می‌دهیم اگر تعادل برقرار شد، قطعه نقره خالص است. اگر ممزوج باشد، کفه طلا به سمت پایین حرکت می‌کند. برای ایجاد تعادل و تعیین نسبت ترکیبات، از بیان خازنی چنین فهمیده می‌شود که

$$W_{\gamma} \cdot AO = OB \cdot (W_a + W_w) \quad (41)$$

$$W_{\gamma} \cdot OC = OB \cdot (W_a + W_w - \gamma_w V_a)$$

$$W_{\gamma} \cdot OC = OB \cdot (W'_a + W_w) \quad (42)$$

وزن W_{γ} بین دو کفه طلا و نقره چنان توزیع می‌شود که تعادل ترازو برقرار شود. نسبت طلا و نقره در همبسته به نسبت وزن‌های توزیع شده است. داریم:

$$W_{\gamma} = W_{\gamma_1} + W_{\gamma_2} \quad (43)$$

W_{P1} وزنه در کفه طلا و W_{P2} وزنه در کفه نقره است.

$$W_{P1}.CO + W_{P2}.DO = (W_a + W_w - \gamma_w V_a).OB \quad (44)$$

در رابطه (44) مقادیر $W_a, W_w, \gamma_w V_a, OB, OD$ و OC معلوم هستند، لذا به کمک رابطه (43) می توان وزن های مثلاً طلا و نقره، W_{P1} و W_{P2} را به دست آورد.

فرض شود که W_a وزن بر حسب مثقال (یا گرم و یا هر نوع واحد دیگر) جسم مرکب از طلا و نقره باشد. W_g و W_s وزن های طلا و نقره مندرج در جسم باشد (یعنی $W_a = W_g + W_s$).

روش دیگر در تعیین ترکیب همبسته های دوفلزی:
از ترازوی خازنی، با استفاده از روابط ساده زیر می توان عیار همبسته های دوفلزی را مشخص کرد. طبق تعریف وزن مخصوص جسم برابر است با:

$$\gamma_a = \frac{\text{وزن در هوا}}{\text{وزن آب هم حجم}} \quad (45)$$

که $W_a = W_g + W_s$ اگر γ_s و γ_g به ترتیب وزن های مخصوص طلا و نقره باشد که با روش فوق الذکر به دقت اندازه گیری شده است. حجم آب جابه جا شده با طلا، $W_g = W - W_s$ برابر با $\frac{W_a - W_s}{\gamma_g}$ است و نقره برابر با W_s / γ_s می باشد. بنابراین:

$$\gamma_a = \frac{W_a}{W_w} = \frac{W_a}{\gamma_w V_a} = \frac{W_a}{V_g + V_s} = \frac{W_a}{\frac{W_a - W_s}{\gamma_g} + \frac{W_s}{\gamma_s}}$$

و یا

$$\Rightarrow W_s = W_a \cdot \frac{\gamma_a - \gamma_g}{\gamma_s - \gamma_g} \quad (46)$$

در رابطه بالا وزن مخصوص آب «واحد» فرض شد. بنابراین، با دانستن وزن های مخصوص γ_a, γ_g و γ_s و وزن همبسته دوفلزی W_a ، وزن نقره و نیز طلا در آن به طور دقیق محاسبه می شود. این معادله برای وزن های دو مؤلفه با این فرض که حجم جسم مرکب برابر با مجموع حجم مواد تشکیل دهنده آن است، معتبر است. رابطه ای که برای تمام مخلوط های مکانیکی و برای بسیاری از آلیاژها برقرار است.

رابطه (46) را خانیکیف در توضیحات خود از بخش های ترجمه شده مورد نظر ارائه می کند بدون آنکه آن را استخراج نماید [3]. همین رابطه، با تغییراتی در نمادها، در مقاله [4] درج شده است.

این فقره از کتاب خازنی درباره ترازو نشان می دهد که علمای فیزیک و مکانیک مسلمان در آن زمان شایستگی آن را داشته اند که وزن مخصوص و چگالی نسبی اجسام را که از یک یا دو ماده ساخته شده بودند با دقت بسیار اندازه بگیرند.

آلدومیلی، مورخ علم ایتالیایی، وزن مخصوص های اندازه گیری شده توسط بیرونی و خازنی را در جدولی آورده و آن ها را با اندازه های جدید مقایسه کرده است. ⁴⁸ [8] شکل ۱۰ نمودار سه بعدی ترسیم شده از ترازوی حکمت خازنی را نشان می دهد و شکل ۱۱ نمونه ساخته شده را نشان می دهد. ⁴⁹



شکل ۱۰. نمودار ترسیم شده از میزان الحکمه



شکل ۱۱. نمونه ساخته شده از ترازوی حکمت

۷. جمع بندی و نتیجه گیری

کتاب میزان الحکمه خازنی یکی از برجسته ترین کتاب های فیزیک در تاریخ تمدن اسلامی محسوب می شود. خازنی را همراه با بیرونی و ابن هیشم باید از بنیان گذاران روش تجربی در تحقیقات علمی نام برد. ترازوی حکمت خازنی حداقل تا قرن هجدهم میلادی دقیق ترین وزن مخصوص ها را به دست داد.

در این مقاله نشان داده شد که دانشمندان تمدن اسلامی در سده های میانه، با توسعه روش های دانشمندان دوره باستانی، روش هایی را در اندازه گیری اوزان مخصوص و تشخیص میزان مواد در همبسته های فلزی به کار گرفتند و ابزارهایی اختراع نمودند که، به رغم سادگی آن ها در مقایسه با ابزارهای جدید، با آن ها پاسخ های صحیحی و دقیقی به دست می آوردند.

هر چند تمرکز مقاله حاضر بر ترازوهای آبی بود، اما هنوز مبحث ترازوها در میزان الحکمه، همراه با موضوعات متنوع دیگر، محل مطالعه و تحقیق فراوان دارد. کتاب سرشار از موضوعات مختلف فیزیکی است که توجه متخصصان ذی ربط را می طلبد تا با زبان جدید مطالب علمی قدیم بازگویی و بازنویسی شود و توصیف علمی آن ها بدان گونه که برای دانشجویان و معلمان و استادان مفید و قابل استفاده باشد انجام گیرد.

منابع

۱. ابوالفتح عبدالرحمن خازنی، «میزان الحکمه للخازنی» الطبعة الاولى، مطبعة دائرة المعارف العثمانیه، الحیدرآباد الدکن، سنه ۱۳۵۹ هـ

۲. ابوالفتح عبدالرحمن خازنی، «ترجمه میزان الحکمه»، مقدمه و تصحیح محمدتقی مدرس رضوی، انتشارات بنیاد فرهنگ ایران، تهران، ۱۳۴۶

3. Khanikoff, N., "Analysis and Extract of kitab mizan al-hikma, Book of the Balance of Wisdom", Journal of the American oriental Society, No. 6(1859), pp 1-128
4. Hall, R. E., "Al-Khazini, "Dictionary of Scientific Biography", Princeton University, Vol 7. pp 334-351.

۵. مقاله «ترازو» از: محمدجواد ناطق و فرید قاسملو، دانشنامه جهان اسلام، جلد ۶، صفحات ۸۱۲-۸۱۷، تهران، ۱۳۸۰.

۶. هانس ای. وولف، «صنایع دستی ایران»، ترجمه سپروس ابراهیم زاده، انتشارات و آموزش انقلاب اسلامی، تهران، ۱۳۷۲. مشخصات کتاب اصلی به قرار زیر است:

Wulf, H. E., "The Traditional Crafts of Persia, Their Development, Tecnology and Influence on Eastern and Western Civilization", The MIT'S Press, Cambridge, 1966.

7. Mohammad Abat-touy, "The Islamic Science of Weight and Balances", FSTC Limited, Nov 2006.

۸. آلدومیلی، «علوم اسلامی و نقش آن در تحولات علمی جهان»، ترجمه محمدرضا شجاع رضوی و اسدالله علوم، مشهد، ۱۳۷۱ ش.